



УДК 606.8–009.18

МОДЕЛЮВАННЯ ХОДЬБИ ЛЮДИНИ З ПАСИВНО КЕРОВАНИМ ПРОТЕЗОМ ГОМІЛКИ

Мирослав ДЕМИДЮК

*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів, Україна*

Розвинуто математичну модель ходьби людини з пасивно керованим протезом гомілки та запропоновано алгоритм розрахунку кінематичних і динамічних характеристик такої ходьби [1]. У конструкцію протеза (у гомілковостопний шарнір) вмонтовано пасивні приводи, які представляємо набором відповідних (наприклад, спіральних) пружин [2]. Параметри цих приводів вибираємо за умови наближення ходьби на протезі до нормальної ходьби людини. Також зазначені пасивні приводи можуть відчутно понижати ударні навантаження на протезовану кінцівку.

Розглядаємо ходьбу людини по нерухомій горизонтальній поверхні, обмежившись дослідженням її динаміки в сагітальній площині. Опорно-руховий апарат людини моделюємо плоскою системою дев'яти твердих тіл, які представляють корпус та дві чотириланкові нижні кінцівки (стегно, гомілку, дволанкову стопу). Тіла зв'язані між собою циліндричними шарнірами. Протез представляємо системою трьох твердих тіл: остова, основної частини стопи, передньої

частини. Останні зв'язані між собою циліндричним шарніром, яким моделюємо зосереджену пружну податливість передньої частини. Остов верхнім кінцем жорстко закріплений на куксі гомілки, другий кінець за допомогою циліндричного (гомілковостопного) шарніра зв'язаний зі стопою. Стопи вважаємо безінерційними, а їхні маси зосередженими в гомілковостопних шарнірах. Також припускаємо заданою пружну податливість передньої частини протеза, приведену (у вигляді момента сил) до відповідного шарніра.

Рух системи відбувається під дією моментів м'язових сил у шарнірах, які відповідають збереженим суглобам, моментів пружних сил у шарнірах протеза, сил реакцій поверхні крокування та сили тяжіння. Динаміку руху механічної моделі описано системою 7-и нелінійних диференціальних рівнянь 2-го порядку та 4-х умов кінетостатичної рівноваги стоп. На рух моделі накладаються ритмічні умови переміщення стоп (перекат через п'ятку, опора на всю стопу, плеснофаланговий переказ, переказ через передню частину стопи, перенесення стопи); умови руху колінами вперед; умови періодичності (за кутами та кутовими швидкостями) руху системи на проміжку подвійного кроку людини $t \in [0, T]$; умови взаємного розміщення стоп у моменти часу $t = 0, t = T$; динамічні умови вільного опирання стоп на опорну поверхню; обмеження на положення точки рівнодійної опорних реакцій [1].

Уведемо позначення:

ξ – вектор узагальнених координат механічної моделі;

u – вектор моментів активних (м'язових) сил моделі;

Ψ – вектор міжланкових кутів у кульшових, колінних та гомілковостопних суглобах людини;

c – вектор параметрів пасивних приводів протеза (жорсткість пружин, кути їх ненапруженого стану тощо);

$c \in \Omega$ – множина допустимих значень параметрів;

$f(\xi, c)$ – момент пружних сил пасивних приводів (відносно осі гомілковостопного шарніра протеза);

E – механічні енерговитрати на проміжку подвійного кроку моделі [1].

Пошук параметрів c проводимо двома етапами. На першому етапі для заданих антропометричних параметрів опорно-рухового

апарату людини моделюємо її ходьбу в «нормі». Для отримання характеристик такої ходьби розв'язуємо задачу 1: у рамках побудованої моделі та накладених умов визначити такий рух системи $\xi_n^*(t)$, який з урахуванням обмежень

$$\Psi^{(0)}(t) \leq \Psi(t) \leq \Psi^{(1)}(t), t \in [0, T]$$

мінімізує енерговитрати E . Тут $\Psi^{(0,1)}$ задаємо на підставі загальноприйнятих (у біомеханіці ходьби людини) середньостатистичних даних [1, 2]. Додамо також, що формулювання задачі 1 ґрунтується на принципі енергетичної мінімальності, згідно з яким людина під час усталеної ходьби намагається мінімізувати свої енерговитрати. Побудований на цьому етапі закон руху $\xi_n^*(t)$, використовуємо на другому етапі, на якому розв'язуємо задачу 2: визначити такі $c^* \in \Omega$, закон руху $\xi_n^*(t)$, та керування $u^*(t)$, $t \in [0, T]$, які за накладених обмежень

$$\xi_n^*(t) - \delta_1 \leq \xi(t) \leq \xi_n^*(t) + \delta_1, \quad \dot{\xi}_n^*(t) - \delta_2 \leq \dot{\xi}(t) \leq \dot{\xi}_n^*(t) + \delta_2$$

мінімізують функціонал (нев'язку)

$$\|p(\xi, t) - f(\xi, c)\|_{L_2},$$

де параметри δ_1, δ_2 , задають допустимі відхилення кінематичних характеристик ходьби на протезі від характеристик ходьби в «нормі», функція $p(\xi, t)$ визначає ліву частину відповідного рівняння (у системі рівнянь руху моделі), яке описує баланс сил інерції та пружних сил пасивних приводів у гомілковостопному шарнірі протеза [1, 2].

Ефективною в дослідженні сформульованих задач є методика параметричної оптимізації. Відповідно до кількості степенів вільності моделі на введених ритмічних фазах руху, частину узагальнених координат апроксимуємо кубічними згладжувальними сплайнами з невідомими параметрами у вузлах дискретизації часового проміжка, які приймаємо за параметри оптимізації. Далі, використовуючи підхід обернених задач динаміки, отримаємо залежність динамічних характеристик від введених параметрів оптимізації. Накладені на рух системи двосторонні нестационарні обмеження задовільняємо

за допомогою процедури штрафних функцій, попередньо зобразивши ці обмеження у відповідній інтегральній формі. У результаті сформульовані задачі оптимального керування зводимо до задач нелінійного програмування, для розв'язання яких використовуємо стандартні числові процедури оптимізації.

Список використаних джерел

1. Бербюк В. Е. Математическое моделирование и оптимизация ходьбы человека с протезированной голенью / Бербюк В. Е., Демьдюк М. В., Литвин Б. А. // Проблемы управления и информатики. – 2005. – № 3. – С. 128–144.
2. Демьдюк М. В. Математическое моделирование ходьбы человека с голеностопным шарнирным ортезом / Демьдюк М. В., Литвин Б. А. // Проблемы управления и информатики. – 2015. – № 2. – С. 46–57.